Donc $f(\ell) = \ell \iff \ell = \frac{4\ell}{1+\ell}$

$\iff \ell + \ell^2 = 4\ell$

$\iff \ell^2 - 3\ell = 0$

$\iff \ell(\ell - 3) = 0$

$\iff \ell = 0$ ou $\ell = 3$

Or (U_n) est ↗ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 3$

Principe de récurrence

- Pour $n = n_0$ Vérification (Initialisation)
- Pour $n \in \mathbb{N}$, Supposons que $a < U_n < b$ et montrons que $a < U_{n+1} < b$ (hereditaire)
- Conclusion

Exemple.

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n}{1+U_n}. \end{cases}$$

- Montrer par recurrence, que $\forall n \in \mathbb{N}$; $0 < U_n < 3$
- Pour $n = 0$; $0 < U_0 = 1 < 3$ (vrai)